

CONSEIL D'ORIENTATION DES RETRAITES

Séance plénière du 8 juillet 2021 à 10h00

« Prise en compte de l'espérance de vie dans les modèles de simulation des régimes (2ème volet) »

Document n° 7
<i>Document de travail, n'engage pas le Conseil</i>

**Méthodes de simulation des décès appliquées au régime de retraite de la
fonction publique d'État**

Benoît Buisson, Hady Senghor, CNAV, « Retraite et société » n°73, 2016

MÉTHODES DE SIMULATION DES DÉCÈS APPLIQUÉES AU RÉGIME DE RETRAITE DE LA FONCTION PUBLIQUE D'ÉTAT

[Benoît Buisson](#), [Hady Senghor](#)

Caisse nationale d'assurance vieillesse | « [Retraite et société](#) »

2016/1 N° 73 | pages 175 à 196

ISSN 1167-4687

Article disponible en ligne à l'adresse :

<https://www.cairn.info/revue-retraite-et-societe-2016-1-page-175.htm>

Distribution électronique Cairn.info pour Caisse nationale d'assurance vieillesse.

© Caisse nationale d'assurance vieillesse. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

faits et chiffres

Méthodes de simulation des décès appliquées au régime de retraite de la fonction publique d'État

Benoît Buisson (Service des retraites de l'État, Responsable du projet Pablo)
Hady Senghor¹ (Drees, Chargé d'études sur les retraites, Responsable de l'échantillon interrégimes de retraités [EIR])

La Direction du budget et le Service des retraites de l'État ont entamé le développement d'un modèle de microsimulation dynamique sur les retraites, le modèle Pablo. Ce modèle, au niveau individuel, a pour ambition de projeter la population des affiliés du régime de la fonction publique d'État (FPE) jusqu'à un horizon lointain, 2060. Il s'agit ainsi d'établir une base de données de référence, et de projeter celle-ci en générant toute une série d'événements sur la population. L'objectif de ce modèle est d'une part d'analyser les projections du régime à long terme et d'autre part de permettre des évaluations de politiques de retraite, à un niveau fin. En lien avec ces objectifs, la simulation des décès est un événement de première importance qui sera notamment accompagnée d'une simulation des entrées dans la FPE et du déroulement des carrières.

1. Lors de la rédaction d'une première version de cet article, Hady Senghor travaillait au SRE en tant que chargé d'études au sein de la cellule prévisions du bureau financier et de l'information statistique.

De multiples enjeux pour la simulation des décès

Pour établir des projections à long terme sur les régimes de retraite, il est en effet nécessaire de bien simuler la mortalité par âge et sexe jusqu'à un horizon temporel lointain. Appliquer des tables de mortalité qui ne seraient pas en adéquation avec la mortalité dans le régime pourrait entraîner des erreurs de projections importantes sur le nombre de cotisants, de retraités ou encore sur la masse des pensions à verser. Du fait d'une simulation des décès trop approximative, le calcul d'indicateurs particulièrement suivis comme l'espérance de vie ou l'espérance de la durée de retraite serait entaché de biais et d'imprécision, ce qui rendrait notamment l'analyse par sous-population délicate. Cette sensibilité des indicateurs clefs des retraites à la table de mortalité utilisée peut notamment se mesurer suite à une révision des prévisions démographiques de l'Insee (Goujon, 2012). Cette imprécision serait d'autant plus préjudiciable que les réformes récentes, notamment la réforme de 2003, ont explicité clairement l'objectif d'équité intergénérationnelle en matière de durée de retraite, avec un objectif de stabilisation du rapport entre temps de travail et durée à la retraite au fil des générations.

Ces réformes ont donc placé au centre de l'analyse du système des retraites français des indicateurs comme l'espérance de vie par génération, ou encore des ratios du type durée de retraite sur l'espérance de vie ou durée de carrière sur durée de retraite. Ces indicateurs connaissent des différences marquées selon la catégorie sociale des individus (Andrieux et Chantel, 2013). Sans entrer dans le débat de leur délicate interprétation, nous pouvons simplement constater que le suivi de ce type d'indicateurs et leurs projections imposent une simulation adéquate de la mortalité pour les régimes de retraite dans les années à venir.

De plus, bien simuler les décès devient une nécessité afin d'enrichir les analyses du système de retraite, traditionnellement en coupe transversale, par des analyses du type cycle de vie. Ainsi le calcul de la masse des pensions touchées sur le cycle de vie permet, par exemple, de compléter l'analyse des différences constatées par sexe ou encore de mieux calibrer des réformes de type à coûts constants, en raisonnant sur une dépense « identique » au cours du cycle de vie et non en prenant une année donnée comme référence. Le calcul et l'analyse de la mortalité différentielle par sous-population acquièrent là aussi toute leur importance.

Enfin, nous pouvons mentionner que les travaux récents sur la notion de pénibilité ne sont pas sans lien avec la bonne projection des espérances de vie et le calcul d'indicateurs du type espérance de vie en bonne santé. Tous ces exemples montrent l'importance grandissante pour les régimes de retraite d'améliorer, d'affiner les projections de mortalité qui concernent leur population.

La recherche d'un modèle relationnel pour traduire la mortalité différentielle de la FPE

La table des quotients de mortalité projetés jusqu'en 2060, par âge et sexe, de l'Insee constitue une référence incontournable². Cette table peut s'appliquer de manière pertinente pour un modèle de microsimulation dont la population de référence serait la population française dans son ensemble. C'est notamment le choix qui a été fait pour le modèle Destinie, modèle dit tout régime. Pour les modèles de microsimulation focalisés sur un seul régime le choix de prendre comme référence la table des quotients de mortalité Insee peut engendrer des difficultés. Dans notre cas, appliquer directement cette table reviendrait à supposer que la population du régime de la FPE et les différentes

2. Voir Blanpain et Chardon (2010a) pour le calcul des quotients de mortalités jusqu'en 2060.

sous-populations mises en évidence enregistreront à chaque période les mêmes comportements de mortalité que la population française dans son ensemble.

De nombreuses études³ ont explicité les origines des différences individuelles d'espérance de vie. De fait, des disparités d'espérance de vie selon le sexe, le revenu, le diplôme, le statut matrimonial et la présence d'enfants ont été clairement mises en évidence. En guise d'exemples, d'une part, Jusot (2004), en utilisant l'enquête Patrimoine au décès de 1988 et l'enquête Revenus fiscaux des ménages de l'année 1990, a montré une forte corrélation entre le risque de décès et le niveau de revenu, indépendamment de l'appartenance à une catégorie socioprofessionnelle. Les résultats indiquent une surmortalité liée à la couche la plus pauvre de la population française et une sous-mortalité liée aux plus hauts revenus. Elle montre par ailleurs que la région d'habitation constitue en elle-même un déterminant de la mortalité, en ce sens que le risque de décès est corrélé avec les caractéristiques régionales, telles que l'offre de soins et le taux de chômage. D'autre part, Robert-Bobée et Monteil (2005) en utilisant les données de l'échantillon démographique permanent, pour étudier les différences sociales de mortalité, ont conclu que les ouvriers vivent moins longtemps et que les cadres et professions intellectuelles supérieures ont l'espérance de vie la plus longue. Ils ont également montré que les différences de mortalité demeurent beaucoup plus modérées chez les femmes que chez les hommes. Ces différences individuelles d'espérance de vie expliquent la mortalité différentielle des retraités selon leur régime d'affiliation comme le mettent en évidence Aubert et Andrieux (2010).

L'objectif de cet article n'est pas de proposer des pistes d'explication pour comprendre la mortalité différentielle entre le régime de la FPE et la population française dans son ensemble. Partant de ce constat, en lien avec le profil de la population des affiliés à la FPE, cet article se focalise sur la méthodologie de construction des tables de mortalité projetées adéquates par sous-population⁴. Une des solutions naturelles pour cela serait de construire et de projeter des tables dites d'expérience sur la population du régime, sans référence à une population englobante. Ce n'est pas la voie qui a été choisie dans le cas présent. En effet recourir à des tables d'expérience, construites directement sur la mortalité constatée dans le régime, nécessite de pouvoir disposer de données fiables, récurrentes à un grand niveau de finesse. Même si les sources pour étudier la mortalité dans la fonction publique d'État sont potentiellement riches, l'absence de profondeur historique rend délicate la mise en relief des tendances fines d'évolution par sous-population. Une autre approche, totalement centrée sur le régime, aurait été de proposer une modélisation de type logistique pour déterminer notamment l'effet de chaque caractéristique (sexe, âge, situation d'invalidité...) sur la mortalité individuelle. Procéder de la sorte revient toutefois à établir une relation statique (une année donnée) sans référence aux tables de mortalité de l'Insee. Cette voie n'a donc pas été retenue.

Plus que la construction d'une table de mortalité une année donnée, c'est bien la projection à long terme qui pose des difficultés ici. L'idée générale est plutôt de bien tirer profit de la robustesse de la table Insee et de chercher à mettre en relation les sous-populations du régime avec la population française dans son ensemble. Il existe pour cela plusieurs méthodes pour « déduire » la mortalité d'une population par rapport à une autre. Ces

3. Voir par exemple COR (2014a) : « Analyse de quelques disparités d'espérance de vie », groupe de travail du 19 mars 2014.

4. Pour une vue d'ensemble détaillée des méthodes de construction de tables de mortalité, voir Delwarde et Denuit (2004).

méthodes ont été développées dans le champ de la démographie et ont vite trouvé des applications concrètes en actuariat, dans le domaine de l'assurance vie. Cette optique peut se rapprocher, sans s'identifier complètement à elle, à la voie choisie pour simuler la mortalité dans le cadre du modèle Prisme sur le régime général.

Notre objectif ici est d'établir une relation – soit chercher un modèle dit relationnel – à une date donnée et de projeter cette relation jusqu'en 2060. Dans une première partie les principales caractéristiques de la mortalité observée au sein de la FPE seront mises en évidence. Par la suite, nous détaillerons l'approche utilisée pour simuler les décès dans la FPE jusqu'à un horizon lointain. Enfin, à partir d'un modèle simplifié de microsimulation, nous calculerons des indicateurs comme la durée moyenne de retraite rapportée à la durée moyenne de vie par génération, à partir de la méthode de simulation des décès précédemment décrite. Les différences avec d'autres méthodes de simulation des décès seront analysées et commentées.

Une espérance de vie plus élevée dans la fonction publique d'État

À partir des sources utilisées (encadré 1), nous disposons des décès à chaque âge et donc de la population soumise au risque de décès, pour chacune des sous-populations étudiées (encadré 2). L'exposition au risque se définit comme la somme de l'effectif au premier janvier et de la moitié des agents recrutés en cours d'année. Il est de fait possible de calculer des quotients de mortalité bruts en rapportant les décès de l'année à la population soumise à ce risque de décès. Puis nous pouvons calculer, à chaque âge, des espérances de vie⁵ à 50 ans en 2011 par sous-population. L'espérance de vie à 50 ans est le nombre moyen d'années restant à vivre au-delà de 50 ans, dans les conditions de mortalité par âge observées ici en 2011.

ENCADRÉ 1

Les sources utilisées

Les informations sur les agents en emploi sont issues des bases de données du compte individuel retraite (CIR). Le CIR est né de la réforme des retraites de 2003. Il a, entre autres, pour objectif de collecter toutes les informations relatives à la carrière de l'agent afin de mieux l'informer sur ses droits, notamment au moment de la retraite. Quant aux données sur les retraités, elles sont extraites de la base des pensions du Services des retraites de l'État (SRE). La base de données utilisée pour cette étude est donc constituée de l'appariement de ces deux sources d'information, CIR et base des pensions. Le CIR est une base de données en constante évolution, alimentée par les employeurs de la FPE. Pour cette étude, nous disposons d'un historique de 3 ans, la situation en 2010, 2011 et 2012. Le nombre annuel d'individus éligibles pour cette étude démographique, autour de 4 100 000, est donc constitué des agents en emploi, autour de 1 800 000, et ceux à la retraite de la base des pensions, autour de 2 300 000. Le nombre d'années dont nous disposons est relativement limité, ce qui, théoriquement, est susceptible de perturber l'estimation des modèles relationnels en cas de mortalité atypique lors d'une de ces années. ■

5. Ici et dans la suite du texte, sauf mention contraire, la notion d'espérance de vie se réfère à « l'espérance de vie du moment » à partir de l'utilisation des quotients de mortalité en coupe une année donnée.

ENCADRÉ 2**Population étudiée et découpage en sous-populations**

La population étudiée couvre tous les agents titulaires de la fonction publique d'État (FPE) en emploi, les anciens agents titulaires qui ont acquis des droits à pension (agent dit ayant droit) ainsi que toutes les personnes qui bénéficient d'une pension de réversion et dont l'ayant droit était un agent titulaire de la fonction publique d'État (agent dit ayant cause). Les sous-populations que nous retiendrons pour cette étude ont été choisies en fonction de deux principaux facteurs. Le premier concerne l'étude de la mortalité : ces sous-populations enregistrent une mortalité spécifique et se distingueront notamment en regard d'indicateurs comme l'espérance de vie. Le deuxième facteur concerne le modèle Pablo en cours de construction : ces sous-populations seront des sous-populations d'analyse des résultats de modèle. De ce fait elles se différencient en termes de comportement de départ en retraite et de niveau de pension. En regard de ces deux facteurs, le premier critère naturel pour différencier les sous-populations reste bien sûr le sexe. Un deuxième critère consiste à isoler les agents ayant cause (AC) du reste de la population. Pour les agents titulaires de la FPE et les anciens titulaires qui ont acquis des droits à pension, nous avons utilisé quatre variables de segmentation. La distinction entre la population civile et la population militaire demeure toute naturelle du fait notamment des âges de départs en retraite profondément différents entre ces deux catégories. Nous avons également distingué les individus selon leur catégorie hiérarchique (A, B, C pour les civils ; officiers, sous-officiers, soldats et caporaux pour les militaires). Les niveaux de rémunération et de pension restent mécaniquement très corrélés à la catégorie hiérarchique tout comme les comportements de départ en retraite. De même des écarts d'espérance de vie sont constatés selon cette même catégorie. Les fonctionnaires ou ex-fonctionnaires civils sont regroupés en catégorie active ou sédentaire. Les agents ayant passé plus de 17 ans de leur carrière en catégorie active peuvent partir en retraite plus précocement que les agents sédentaires, 57 ans, voire 52 ans pour certains corps (comme les policiers) contre 62 ans. Cet âge différent d'ouverture des droits à pension explique en grande partie le choix de cette caractéristique comme troisième variable de segmentation. Enfin, nous avons tenu à isoler les agents invalides qui partent en moyenne beaucoup plus tôt à la retraite et qui connaissent surtout une espérance de vie très réduite par rapport à la moyenne de la population. Au final, nous obtenons ainsi 23 sous-populations pour notre étude, pour lesquelles nous précisons dans le tableau suivant l'effectif en 2012 par sous-population :

Sous-population	Effectif 2012	Part dans la population
Femmes AC dont ayant droit enseignant	18 973	0,5 %
Femmes AC dont ayant droit non enseignant	245 212	5,9 %
Femme AC dont ayant droit militaire	151 914	3,7 %
Femmes - actifs de catégorie A	204 565	5,0 %
Femmes - actifs de catégorie B	83 422	2,0 %
Femmes - actifs de catégorie C	25 966	0,6 %
Femmes sédentaires catégorie A	652 653	15,8 %
Femmes sédentaires catégorie B	303 954	7,4 %
Femmes sédentaires catégorie C	366 064	8,9 %
Femmes invalides	69 389	1,7 %
Femmes militaires	37 263	0,9 %

...

ENCADRÉ 2 > suite

Sous-population	Effectif 2012	Part dans la population
Hommes AC	52 418	1,3 %
Hommes - actifs de catégorie A	125 000	3,0 %
Hommes - actifs de catégorie B	112 668	2,7 %
Hommes - actifs de catégorie C	131 175	3,2 %
Hommes sédentaires catégorie A	573 178	13,9 %
Hommes sédentaires catégorie B	219 926	5,3 %
Hommes sédentaires catégorie C	268 794	6,5 %
Hommes invalides civils	42 250	1,0 %
Hommes invalides militaires	15 428	0,4 %
Hommes militaires officiers	69 043	1,7 %
Hommes militaires sous-officiers	282 950	6,9 %
Hommes militaires soldats et caporaux	70 600	1,7 %
Total	4 122 800	100,0 %

Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions.

Toutes les sous-populations, hormis celles spécifiques aux agents de type ayant cause, regroupent à la fois des retraités et des agents en emploi. Les sédentaires de catégorie A, hommes et femmes, constituent les populations les plus importantes en termes d'effectifs, avec, respectivement, près de 14 % et 16 % de la population totale.

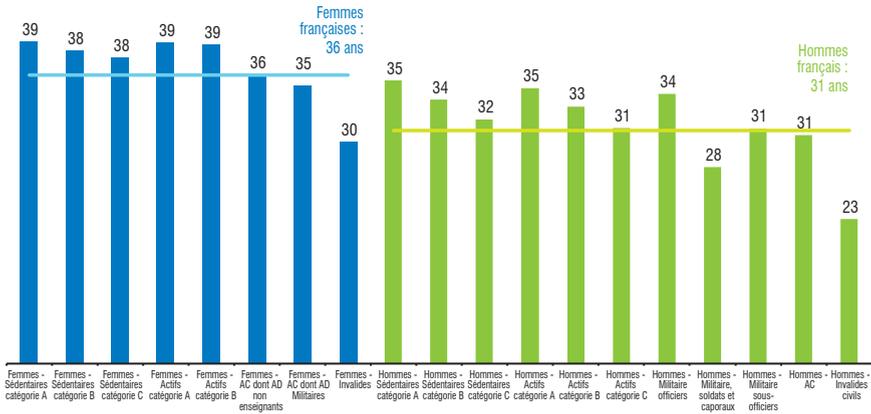
Les femmes fonctionnaires, toutes catégories confondues, ont une espérance de vie à 50 ans plus élevée que le reste des femmes de la population française. L'écart d'espérance de vie atteint trois ans entre les femmes sédentaires de catégorie A et la population féminine française dans son ensemble (graphique 1). Le constat est identique pour les hommes, même si l'écart avec la population française est moindre que pour les femmes. Il faut ici prendre garde à une comparaison trop hâtive. La population des affiliés au régime de la FPE n'a pas du tout les mêmes caractéristiques, notamment en regard de facteurs en lien avec la mortalité comme la catégorie sociale, que la population française dans son ensemble. Les populations les plus soumises au risque de décès au sein de la FPE sont les invalides. L'espérance de vie à 50 ans d'un homme invalide civil est de 23 ans en 2011 contre 35 ans pour un homme sédentaire de catégorie A. Il apparaît également que les militaires connaissent une espérance de vie plus réduite que les civils. En revanche, les différences d'espérance de vie entre, d'une part, les catégories hiérarchiques et, d'autre part, entre les catégories sédentaires et actives sont assez peu marquées. Le graphique 1 représente, pour les principales sous-populations de la FPE, l'espérance de vie de ses agents à 50 ans en 2011.

La mortalité au sein de la fonction publique d'État diffère donc notablement de celle de la population française dans son ensemble. De ce fait, il serait peu justifié d'appliquer les quotients de mortalité de la population française pour simuler et prédire la mortalité dans la FPE.

Pour illustrer cela, nous pouvons représenter les décès constatés en 2011 et les décès attendus, si la population en question avait connu la mortalité moyenne observée en France. Pour les hommes sédentaires de catégorie A (graphique 2), les décès attendus sont notablement supérieurs aux décès constatés jusqu'à 90 ans. Entre 50 et 90 ans, les

probabilités de décès constatées sur la population masculine dans son ensemble sont trop élevées pour rendre compte des décès constatés pour les hommes sédentaires de catégorie A. Ce constat se retrouve pour la plupart des populations étudiées, que cela soit pour les hommes ou les femmes de la FPE.

Graphique 1 > Une espérance de vie à 50 ans, en général, meilleure chez les fonctionnaires



Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions.

Appliquer les quotients de mortalité de la population française reviendrait de fait à sous-estimer les charges financières de l'État vis-à-vis des retraités du régime de la fonction publique d'État.

Graphique 2 > Utilisation non satisfaisante des quotients de mortalité connus sur l'ensemble de la population française

Comparaison entre décès simulés et décès observés pour 2011, chez les hommes sédentaires de catégorie A



Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions, Insee pour les quotients de mortalité de la population française.

Comment modéliser les quotients de mortalité dans la fonction publique d'État ?

Notre objectif ici est donc d'estimer un modèle qui explique la différence de mortalité entre d'une part chaque sous-population du régime de la FPE et d'autre part la population française dans son ensemble. Les modèles relationnels permettent de relier des indicateurs démographiques, le quotient de mortalité, par exemple, entre deux groupes différents d'individus. Ces deux groupes d'individus peuvent être deux populations distinctes, une même population à deux périodes différentes ou, comme cela nous intéresse ici, une population et un sous-ensemble de celle-ci.

Le choix des modèles relationnels dits de Hannerz

Le modèle relationnel le plus « simple » est le modèle dit à risques proportionnels de Cox⁶. Avec ce modèle, il est supposé une relation de proportionnalité entre les quotients de mortalité des deux populations A et B, relation identique quel que soit l'âge des individus du type $q_{x,A} = \theta q_{x,B}$. Il est possible d'enrichir cette optique en considérant une relation de proportionnalité par classe d'âge et non pour l'ensemble des âges, le paramètre de proportionnalité dépendant de l'âge x : $q_{x,A} = \theta(x) q_{x,B}$. Cette optique a été choisie dans le cadre du modèle de microsimulation de la Cnav (encadré 3).

ENCADRÉ 3

La simulation des décès dans les modèles sur les retraites

Pour le modèle de microsimulation Destinie de l'Insee*, la population de référence du modèle (ensemble de la population française) permet d'utiliser les tables projetées de quotients de mortalité de l'Insee jusqu'à l'horizon 2060. Toutefois l'Insee pour ce modèle a établi des tables projetées par catégorie sociale.

Le choix qui était effectué par le service des retraites de l'État pour le modèle Paco (modèle de projection à court et moyen termes) consistait à prendre comme référence la table des quotients de mortalité de l'Insee en appliquant des décalages temporels par sous-population. Il était donc recherché, par sous-population et par sexe, le décalage temporel qui minimise l'écart entre décès projetés via cette méthode et décès constatés. Ces décalages « optimaux » étaient régulièrement mis à jour à partir des dernières données sur la mortalité du régime. Ainsi, pour les fonctionnaires civils ayant droit de sexe masculin, le décalage était estimé à 14 ans : cela revient à dire que les quotients de mortalité par âge de cette sous-population en 2020 sont estimables par ceux de l'Insee aux mêmes âges de l'année 2034. Le modèle de long terme Ariane de la direction du Budget utilise également cette technique des décalages temporels. Enfin, Béhar (2005) utilise cette méthode des décalages temporels pour ajuster des tables de mortalité dans le cas de la population des affiliés au régime de la CNRACL.

Pour le modèle de microsimulation Prisme, la Cnav a décidé d'appliquer pour les individus de moins de 60 ans la table de référence de l'Insee. Pour les individus de plus de 60 ans, des tables d'expérience ont été élaborées une année donnée par sexe, âge et

6. La formalisation utilisée ainsi reprend notamment celle utilisée par Delwarde *et al.* (2004) d'une part et Viville (2008) d'autre part.

ENCADRÉ 3 > suite

type de retraite (en distinguant notamment les retraites pour invalidité) à partir des décès constatés comme le précisent Albert et al. (2009). Ensuite ces tables d'expérience sont combinées avec la table Insee pour obtenir des tables projetées : de proche en proche, pour un âge et sexe donnés, le quotient d'une année N est obtenu de la manière suivante avec A, la population d'intérêt du régime, et B, la population française :

$$q_{x_A}^{N+1} = q_{x_A}^N \times \frac{q_{x_B}^{N+1}}{q_{x_B}^N} = q_{x_A}^{N-1} \times \frac{q_{x_B}^N}{q_{x_B}^{N-1}} \times \frac{q_{x_B}^{N+1}}{q_{x_B}^N} = q_{x_A}^{N-1} \times \frac{q_{x_B}^{N+1}}{q_{x_B}^{N-1}}$$

De proche en proche nous obtenons donc : $q_{x_A}^{N+1} = \frac{q_{x_A}^0}{q_{x_B}^0} \times q_{x_B}^{N+1}$

La période 0 fait référence ici à l'année pour laquelle les tables d'expérience ont été construites. Nous retrouvons dans l'équation précédente le modèle relationnel de Cox par âge.

*Pour en savoir plus sur le modèle Destinie de l'Insee, voir Bachelet *et al.* (2014), Blanchet *et al.* (2011) ainsi que Duée (2005).

Plutôt que de raisonner sur des quotients de mortalité, compris entre 0 et 1, des auteurs comme Brass font intervenir la fonction logit des quotients de mortalité où :

$$\text{logit}(q) = \ln\left(\frac{q}{1-q}\right)$$

Cette fonction logit est souvent mise en évidence pour observer les tendances de la mortalité dans de nombreux pays. Un modèle fréquemment utilisé – dit modèle de Brass – consiste à relier le logit des quotients de mortalité de deux populations sous la forme :

$$\text{logit}(xq^0) = \theta_0 + \theta_1 \text{logit}(xq_{ref}^0)$$

Seulement deux paramètres ici permettent de capter la relation entre la population A et la population B. Or quand nous comparons la mortalité de deux populations, il est fréquent que la relation mise en évidence se déforme avec l'âge. Ainsi, une population A peut enregistrer une mortalité plus faible que la population B aux âges adultes et, par un effet de type rattrapage, une mortalité plus importante aux âges élevés.

Le modèle de Brass rendant difficilement compte de ce type de phénomène, nous avons privilégié une autre classe appelée modèle de Hannerz. La relation de ce modèle (Hannerz, 2001) peut s'écrire :

$$\text{logit}(xq^0) - \text{logit}(xq_{ref}^0) = \theta_0 - \frac{\theta_2}{x} + \theta_3 \frac{x^2}{2} + \theta_4 \frac{e^{cx}}{c}$$

Il a été montré que chaque paramètre représentait les particularités de la mortalité à différentes tranches d'âges : θ_2 pour les 15-64 ans, θ_3 pour les âges jeunes et θ_4 pour les âges élevés. Dans le monde de l'actuariat, ce type de modèle a été repris et enrichi en introduisant d'autres termes dans l'équation précédente. L'idée est donc d'ajuster le meilleur modèle relationnel possible, par sous-population, afin d'obtenir des tables de quotients de mortalité projetés. Enfin, la recherche d'un modèle relationnel passe par

une étape préalable de lissage des quotients de mortalité, visant à éliminer le « bruit » causé par des données brutes notamment aux âges élevés.

Afin d'estimer des modèles relationnels, il est important dans un premier temps de définir des bornes d'âges entre lesquelles se fera cette estimation. La borne d'âge inférieure sera 18 ans, en lien avec l'âge d'entrée dans la fonction publique d'État. Le choix de la borne supérieure peut se révéler plus problématique. En effet, la mesure de la mortalité aux grands âges peut se révéler fragilisée par la faiblesse de la taille de la population aux âges élevés. De ce fait, nous avons choisi une borne d'âge supérieure, par sous-population, comme étant le dernier âge entre 90, 95, 100 et 105 ans pour lequel le nombre d'individus exposés au risque de mortalité dépasse 100 personnes. Ce choix nous assure une certaine robustesse dans la mesure de la mortalité. Par contre, quelle que soit la valeur de la borne supérieure d'âge choisie, il sera nécessaire de définir une méthodologie pour obtenir des quotients de mortalité jusqu'à 120 ans.

Entre 18 ans et la borne d'âge supérieure retenue, les quotients de mortalité ont été lissés par la méthode dite de Loess⁷, que nous ne détaillerons pas ici. Après cette étape de lissage, nous recherchons donc un modèle relationnel de type linéaire entre les probabilités de décès d'une part d'une sous-population de la FPE et d'autre part de la population française dans son ensemble. Compte tenu du nombre d'observations disponibles par sous-population, entre 18 ans et la borne supérieure d'âge, nous avons fait le choix de ne pas retenir toutes les variables d'âges dans les régressions. En plus des logits des quotients de mortalité des deux populations, nous avons retenu les variables d'âges suivantes : âge, 1/âge, âge², 1/âge², ln(âge) et exp(âge). Une sélection de ces variables permet au final de choisir celles qui sont pertinentes pour approximer la relation paramétrique de l'équation ci-dessous :

$$\text{logit}(qm) = \theta_0 + \beta \text{logit}(ql) + \theta_1 a + \theta_2 a^{-1} + \theta_3 a^2 + \theta_4 a^{-2} + \theta_5 \ln(a) + \theta_6 \exp(a) + \varepsilon$$

a désigne l'âge, $\text{logit}(ql)$ désigne les logits des quotients de mortalité de la table Insee 2011 de référence avec β son paramètre associé, θ_0 , la constante du modèle et θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 et θ_5 , les paramètres associés aux variables d'âge.

Cette méthode d'ajustement ne permet pas de garantir la présence du logit de la table de référence de l'Insee dans l'équation finale, du fait de colinéarités entre le quotient de mortalité de la table Insee et les variables d'âges. Or, il est très important ici d'introduire une relation avec le quotient de mortalité de la population de référence, notamment dans une optique de projection. L'intérêt du modèle relationnel étant bien d'expliquer la mortalité des fonctionnaires par celle de l'ensemble de la population française, nous devons imposer la présence de la variable $\text{logit}(ql)$.

Pour ce faire, nous allons recourir à l'utilisation du modèle de Hannerz précédemment exposé, soit :

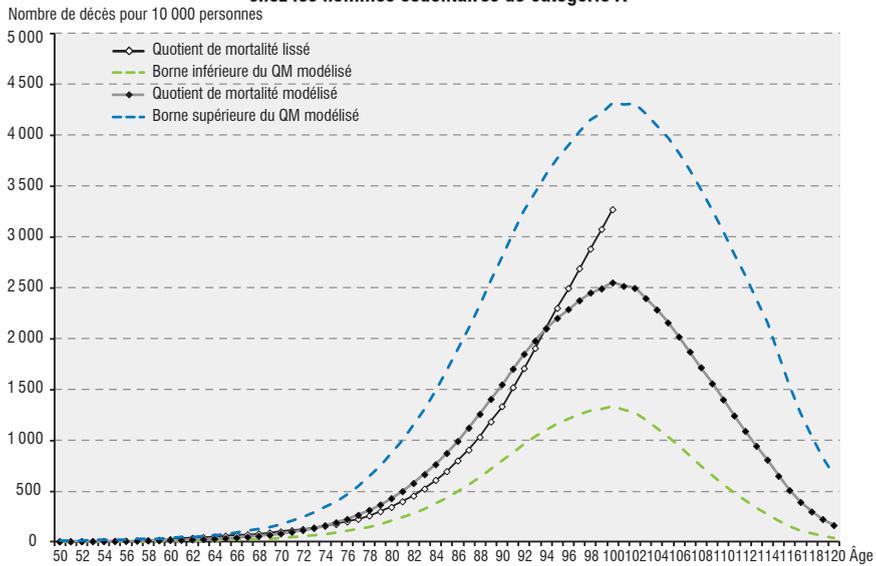
$$\begin{aligned} \text{logit}(qm) - \text{logit}(ql) \\ = \theta_0 + \theta_1 a + \theta_2 a^{-1} + \theta_3 a^2 + \theta_4 a^{-2} + \theta_5 \ln(a) + \theta_6 \exp(a) + \varepsilon \end{aligned}$$

7. Pour plus d'informations sur cette méthode et son application avec le logiciel SAS, il est possible de consulter « An introduction to Proc Loess for local regression » de Robert A. Cohen (1999).

L'estimation de ce modèle relationnel s'effectue donc par sous-population (encadré 2) entre 18 ans et la borne supérieure d'âge, avec des techniques économétriques classiques. Nous obtenons donc une modélisation du quotient de mortalité de la sous-population en question, que nous pouvons comparer à la courbe des quotients de mortalité lissés pour cette même sous-population. En prenant l'exemple des hommes sédentaires de catégorie A, nous pouvons représenter l'ajustement par l'approximation paramétrique de la mortalité des fonctionnaires en faisant également figurer les bornes inférieure et supérieure des intervalles de confiance (graphique 3).

Graphique 3 > Prédiction des quotients de mortalité inopérante aux grands âges avec le modèle de Hannerz

Prédiction des quotients de mortalité avec le modèle de Hannerz, chez les hommes sédentaires de catégorie A



Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions.

Sur ce graphique nous avons prolongé la relation trouvée, entre 18 ans et la borne d'âge supérieure, jusqu'à 120 ans en supposant que le modèle relationnel était toujours valide entre la borne d'âge supérieure et 120 ans. Le quotient de mortalité modélisé commence à différer du quotient de mortalité lissé à partir de 78 ans. Nous voyons surtout clairement, pour les hommes sédentaires de catégorie A, que le modèle relationnel mis en évidence ne s'applique pas bien aux âges élevés du fait que la propriété de croissance de la mortalité aux âges élevés n'est pas du tout vérifiée. Il n'apparaît donc pas licite de prolonger le modèle relationnel jusqu'à 120 ans.

L'estimation des quotients de mortalité aux grands âges

Il est donc nécessaire d'estimer et de modéliser la mortalité aux âges élevés via une autre technique. La méthode adoptée pour estimer ici la mortalité aux grands âges consiste en un principe assez simple⁸. Nous repartons des estimations du modèle relationnel

8. Cette méthode s'inspire d'une part de Blanpain et Chardon (2010b) et d'autre part de Robert-Bobée et al. (2007).

entre 85 ans et la borne supérieure d'âge auxquelles nous ajustons un modèle linéaire avec comme seule variable explicative l'âge. En effet, nous avons pu constater qu'entre 85 ans et la borne supérieure, la mortalité estimée par le modèle de Hannerz croît avec l'âge. Il paraît donc possible d'ajuster un modèle linéaire en fonction de l'âge afin de reproduire la pente et d'estimer une mortalité croissante jusqu'à 120 ans par prolongement de la relation suivante :

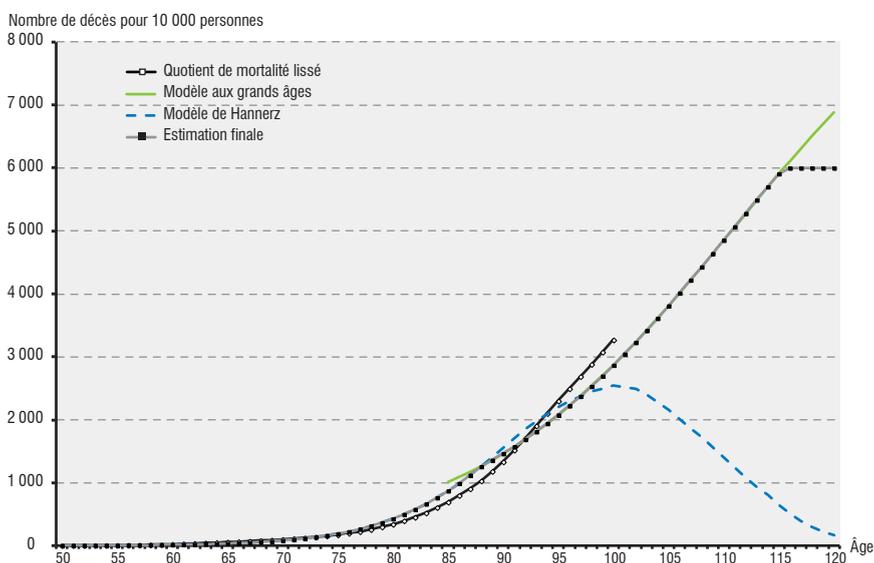
$$\text{logit}(qm_H) = \alpha_0 + \alpha_1 a$$

Le $\text{logit}(qm_H)$ représente le logit des quotients estimés avec le modèle de Hannerz, α_0 la constante du modèle et α_1 et le coefficient associé à l'âge. À l'instar de l'Insee, les quotients de mortalité estimés sont bornés à 6 000 décès sur une population de 10 000 ayant atteint un âge donné. Autrement dit, la probabilité de décéder à un âge donné ne peut pas dépasser 0,6.

Cette dernière étape nous permet de clôturer les tables de mortalité des fonctionnaires. Nous obtenons ainsi notre estimation finale, qui reprend les estimations du modèle de Hannerz jusqu'à 86 ans et par la suite, jusqu'à 120 ans, les estimations de l'équation aux grands âges. En prenant de nouveau l'exemple des hommes sédentaires de catégorie A, nous constatons (graphique 4) que nous obtenons une estimation finale des quotients de mortalité dont l'allure générale apparaît satisfaisante : croissance de la mortalité avec l'âge, pas de fortes variations liées à l'utilisation de données brutes et enfin estimation aux grands âges pertinente.

Graphique 4 > Prédiction mixte des quotients de mortalité satisfaisante même aux grands âges

Prédiction des quotients de mortalité combinant le modèle de Hannerz et le modèle aux grands âges, chez les hommes sédentaires de catégorie A



Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions.

La projection des quotients de mortalité jusqu'en 2060

L'estimation finale ainsi obtenue pour chaque sous population représente les probabilités de décès des fonctionnaires pour l'année 2011. Au-delà de cette estimation, notre objectif est bien d'obtenir des probabilités de décès jusqu'en 2060, probabilités utilisables dans le modèle de microsimulation Pablo. Pour obtenir ces probabilités de décès jusqu'en 2060, entre 18 ans et 85 ans dans un premier temps, nous remplaçons les quotients de mortalité de l'Insee année après année dans l'équation estimée du modèle relationnel. Les quotients de mortalité de l'Insee étant disponibles jusqu'en 2060 cela n'engendre aucune difficulté.

De plus nous fixons, pour la sous-population concernée, les coefficients de chaque variable à leur niveau estimé en 2011. En fixant les coefficients, nous supposons que la relation mise en évidence reste stable au cours du temps. À ce stade nous avons peu d'éléments pour juger de cette stabilité. Nous aurions pu essayer d'établir une relation sur une période plus ancienne (le début des années 2000) pour juger de la stabilité de la relation sur un passé relativement proche. Toutefois dans ce cas nous serions confrontés à un problème de disponibilités de données fiables, surtout pour les décès avant 60 ans. En revanche, en lien avec la mise à jour du modèle Pablo, les modèles relationnels seront régulièrement remis à jour (tous les cinq ans environ) pour prendre en compte les dernières informations sur la mortalité. Nous obtenons de la sorte les quotients de mortalité jusqu'en 2060, pour chaque sous-population, pour tous les âges compris entre 18 et 85 ans.

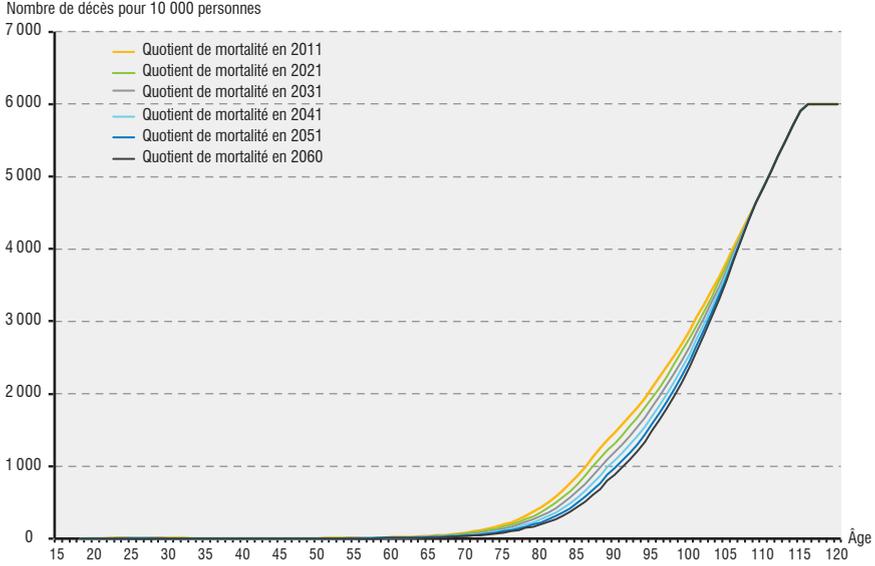
Entre 85 ans et 120 ans, pour chaque millésime, nous estimons à nouveau l'équation de mortalité aux grands âges, ce qui nous fournit les probabilités de décès pour cette tranche d'âges pour une année donnée. Par cette dernière méthode d'estimation, certaines sous-populations peuvent présenter aux grands âges une probabilité de décès une année donnée supérieure à la probabilité de décès de l'année qui la précède. Or, selon les tables de référence de l'Insee, la population française gagne en espérance de vie au fil des années. Pour remédier à ce problème nous imposons aux probabilités estimées, pour une année donnée et à un âge donné, qu'elles soient inférieures ou égales aux probabilités estimées de l'année qui la précède pour le même âge.

Au final, nous obtenons les quotients de mortalité pour les 23 sous-populations de la FPE jusqu'en 2060, pour tous les âges entre 18 et 120 ans. À titre d'exemple, en reprenant la sous-population des hommes sédentaires de catégorie A, nous pouvons représenter les quotients de mortalité estimés en 2011, 2021, 2031, 2041, 2051 et 2060 (graphique 5). Nous observons effectivement une baisse de la mortalité au fil des années.

Nous pouvons également, en nous fixant une année donnée, observer les différences de mortalité par sous-population. Il est ainsi possible de calculer des taux de survie par sous-population et de voir comment une population fictive de 10 000 personnes à 60 ans évoluera jusqu'à des âges élevés. Il s'agit bien ici d'une population fictive car nous appliquons les taux de survie par âge à une même date et non en suivant une génération. Ce point est illustré par le graphique 6, qui compare la survie de quatre sous-populations masculines en appliquant les taux de survie constatés en 2021. Au bout de 20 ans la population des invalides est divisée par deux, alors qu'il faut attendre 27 ans pour les fonctionnaires sédentaires de catégorie A.

Graphique 5 > Projections jusqu'en 2060 des quotients de mortalité

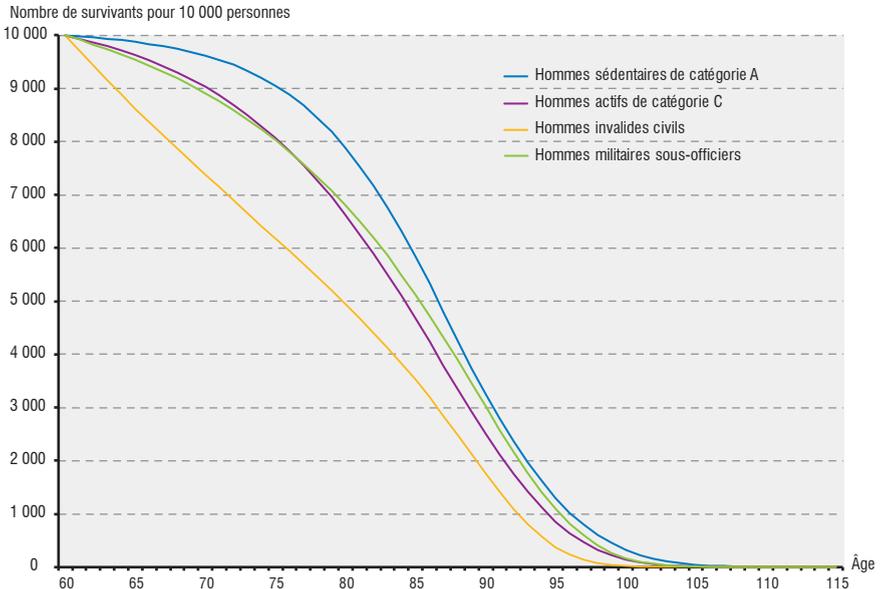
Projections des quotients de mortalité de 2011, 2021, 2031, 2041, 2051 et 2060 pour les hommes sédentaires de catégorie A



Source : SRE, données issues du CIR et de la base des pensions.

Graphique 6 > Une mortalité masculine en 2021 contrastée par sous-population

Courbes de survie en 2021 pour différentes sous-populations de la fonction publique d'État



Source : SRE.

Quotients de mortalités projetés et espérance de vie à horizon 2060

Lorsque le modèle Pablo sera opérationnel, de nombreuses études pourront être menées et prendront comme référence notamment les quotients de mortalité projetés jusqu'en 2060 calculés précédemment. À cette étape, nous pouvons juste fournir des informations pour montrer l'utilité potentielle d'estimer des quotients de mortalité en phase avec la population étudiée. En lien avec les quotients de mortalité obtenus, nous pouvons estimer l'espérance de vie une année donnée des populations étudiées. Nous calculons bien ici une espérance de vie « instantanée » en faisant référence aux quotients de mortalité d'une seule année. Ce type d'espérance de vie correspond à la mortalité d'une génération fictive qui connaîtrait à chaque âge les quotients de mortalité de l'année en question. Pour les hommes sédentaires de catégorie A, l'espérance de vie à 60 ans est estimée à 26 ans et 6 mois en 2020, 28 ans et 5 mois en 2040, 30 ans et 4 mois en 2060. Ainsi en appliquant le modèle relationnel, nous constatons que l'écart avec l'espérance de vie des hommes de la population française dans son ensemble décroît : 2 ans et 9 mois en 2020 contre 2 ans et 1 mois en 2060. Pour les hommes invalides civils, le constat est différent : l'écart en espérance de vie se maintient au fil du temps, la population des hommes invalides ayant une espérance de vie inférieure de 3 ans et 6 mois à la population française masculine dans son ensemble.

À partir des tables de quotients de mortalité projetés, il est également possible d'estimer des indicateurs comme l'espérance de vie par génération. Ici, il s'agit de prendre en considération les quotients de mortalité à chaque âge qui s'appliquent à la génération. Ainsi, si nous considérons la génération 1951, en nous limitant aux individus qui ont atteint 60 ans en 2011, il faut dans ce cas appliquer le quotient de mortalité à 61 ans de 2012 puis celui à 62 ans de 2013 et ainsi de suite pour en déduire l'espérance de vie de cette génération. Comme la table projetée s'arrête en 2060 nous limiterons notre analyse dans ce cas à 109 ans pour la génération 1951. L'avantage de cet indicateur est qu'il reflète réellement le vécu d'une génération. En revanche, il nécessite d'attendre l'extinction de cette génération pour être calculé. L'espérance de vie calculée dans ce cadre est donc un concept différent de celui utilisé jusqu'à présent. Nous pratiquons ici une approche « longitudinale » et non en coupe temporelle comme jusqu'à présent. Avec les quotients projetés, nous estimons l'espérance de vie à 60 ans de la génération 1951 à 29 et 8 mois pour les femmes ayant cause dont l'ayant droit n'était pas enseignant, 27 ans et 7 mois pour les hommes sédentaires de catégorie A, 19 ans et 7 mois pour les hommes invalides civils contre 24 ans et 6 mois pour la population masculine française dans son ensemble.

En lien avec la problématique des retraites, nous voyons bien ici, à travers ces simples exemples, l'importance d'appliquer des quotients de mortalité en phase avec les populations du régime. Pour estimer des montants de pensions à verser, cette démarche s'avère cruciale, l'écart au fil du temps pouvant se révéler très important.

Simulation et conséquences de la mortalité différentielle

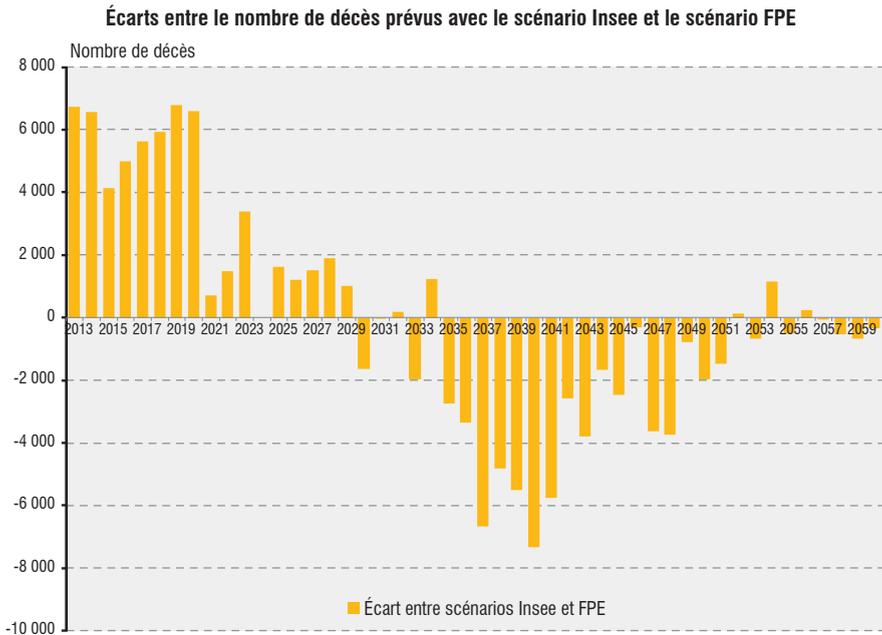
Afin de constater l'importance d'appliquer des quotients de mortalité adéquats, nous avons construit une maquette simplifiée d'un modèle de microsimulation. Pour cela nous avons considéré l'ensemble des agents dits ayant droit de la FPE en retraite au 31 décembre 2013. Cela représente 1 494 000 pensions civiles et 384 000 pensions militaires pour

une dépense de plus de 45 milliards d'euros en année pleine. Nous allons considérer fictivement ici que cette population ne se renouvelle pas : pas de nouveaux entrants en retraite, pas de passage à une éventuelle pension de réversion suite à un décès. Afin d'observer l'impact de la mortalité différente projetée entre les sous-populations de la FPE et la population française dans son ensemble, nous allons considérer deux scénarios en termes de mortalité. Dans un premier scénario, les décès seront simulés à partir des quotients de mortalité par sexe de la population française dans son ensemble (scénario Insee). Dans un second scénario, les décès seront simulés à partir des quotients de mortalité projetés selon la méthode décrite précédemment, afin de prendre en compte les caractéristiques particulières de la population de la FPE (scénario FPE).

Le calendrier des décès

L'impact sur le régime par année peut être analysé dans un premier temps en termes de nombre de décès, selon l'écart entre les deux scénarios. Les sous-populations de la FPE enregistrant une espérance de vie plus élevée que la population française, il apparaît logique de constater (graphique 7) que l'application des quotients de mortalité de la population française entraîne plus de décès dans un premier temps.

Graphique 7 > Plus de décès prévus en début de période en utilisant les quotients de mortalité de l'ensemble de la population française

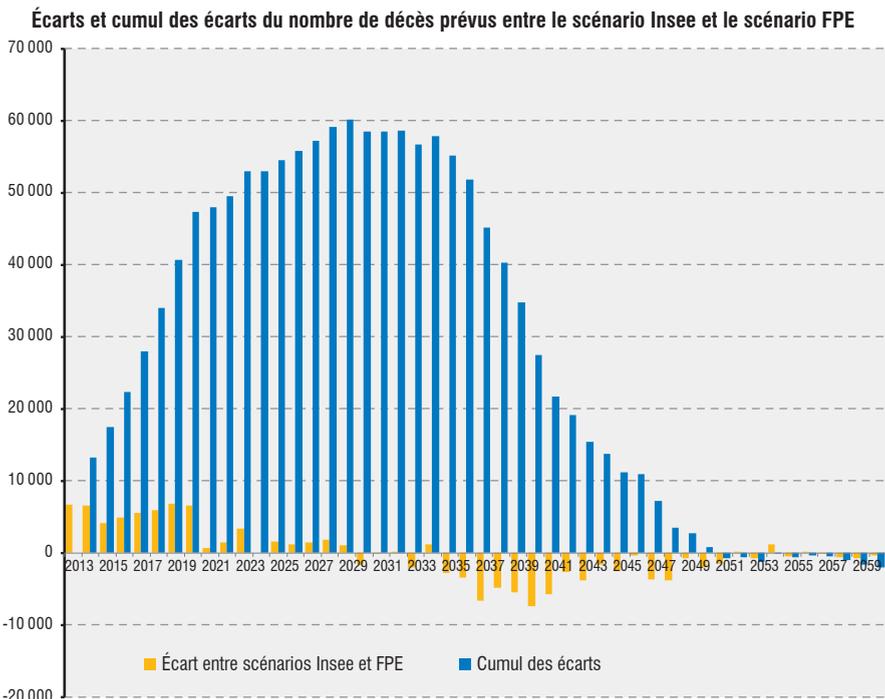


Source : SRE.

L'écart annuel dépasse 6 000 décès dès 2013 et atteint son maximum en 2019 avec 6 800 décès. L'écart cumulé atteint plus de 60 000 décès en 2029 (graphique 8). Puis à partir de 2030, la situation s'inverse : l'application des quotients de mortalité Insee entraîne moins de décès qu'en appliquant les quotients de mortalité de la FPE. Comment expliquer

cela ? Deux phénomènes interagissent. D'une part, la population encore en vie est plus nombreuse, d'où un nombre de décès potentiellement plus nombreux. D'autre part, la population ayant survécu jusqu'en 2030 atteint des âges élevés avec donc des quotients de mortalité importants. Nous voyons bien ici qu'en population fermée (absence d'entrants), l'application de scénarios différents en termes de mortalité a un fort effet en termes de calendrier des décès et de profil temporel de ceux-ci. Le nombre de décès cumulé en fin de période reste bien sûr identique selon les deux scénarios (« il faut bien mourir un jour »).

Graphique 8 > Un cumul d'écart de décès qui dépasse 60 000 en 2029



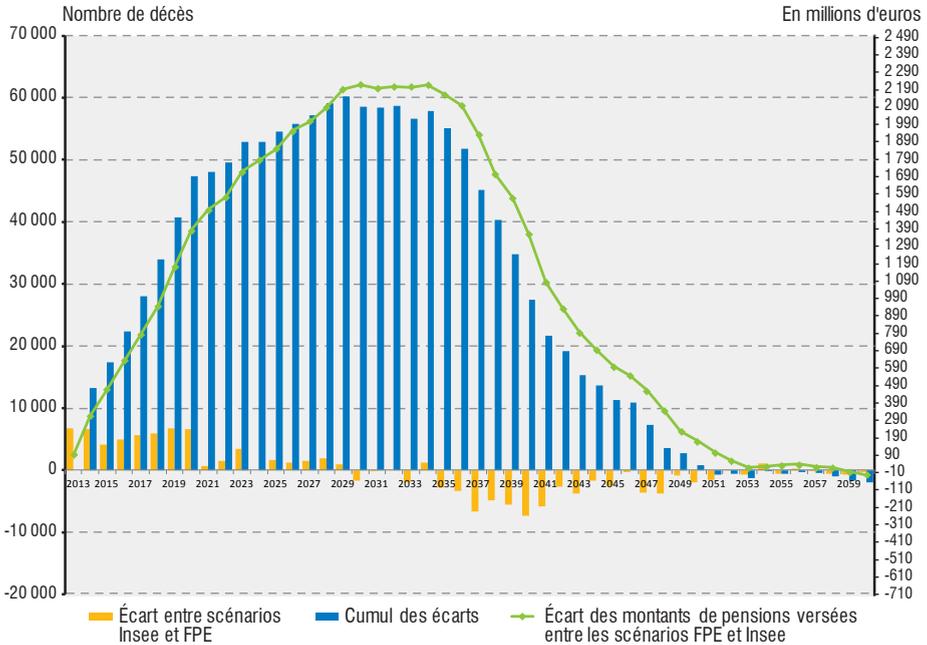
Source : SRE.

Les conséquences sur le montant des pensions à verser

Bien sûr, les différences constatées sur le calendrier des décès vont se répercuter sur le montant des pensions à verser chaque année. Dans ce type de modèle où nous ignorons le passage à une éventuelle pension de réversion, le montant annuel des pensions à verser est directement en lien avec le scénario choisi sur la mortalité. Dès l'année 2013, le montant des pensions à verser est plus élevé de près de 95 millions d'euros courants lorsque nous choisissons d'appliquer les quotients de mortalité modélisés pour les sous-populations de la FPE et non ceux de la population française dans son ensemble (graphique 9). Cet écart, entre les deux scénarios, va rapidement progresser en lien avec l'écart cumulé en termes de décès. Il dépassera le milliard d'euros dès 2019, deux milliards d'euros huit ans plus tard pour atteindre son maximum en 2034 avec un écart de plus de 2,2 milliards d'euros.

Graphique 9 > L'écart entre les deux scénarios dépasse le milliard d'euros dès 2019

Écarts des montants de pensions à verser entre le scénario FPE et le scénario Insee



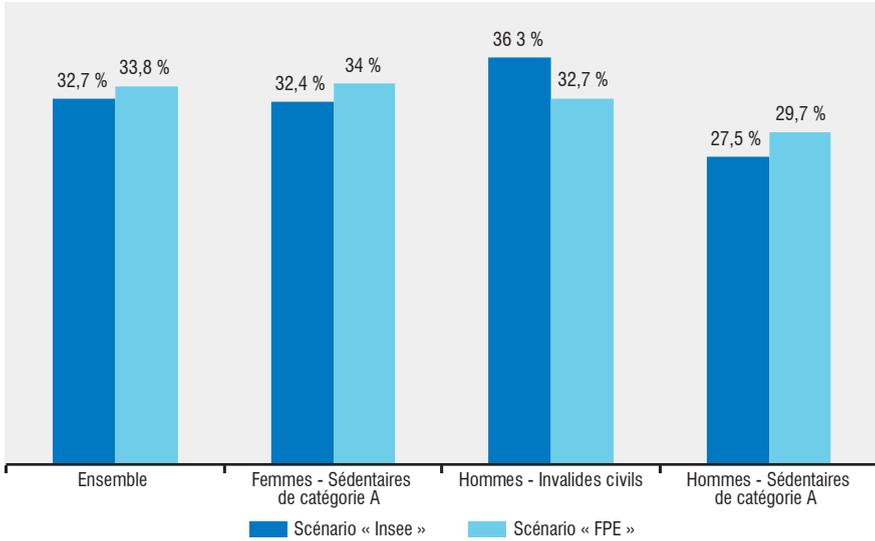
Source : SRE.

La vision développée dans le paragraphe précédent est avant tout budgétaire, liée à l'analyse du régime année après année. Elle est certes importante en regard de l'analyse des dépenses publiques mais elle doit être complétée par une vision sur le cycle de vie des affiliés, par génération, pour comprendre les modifications qui s'opèrent.

Une analyse sur le cycle de vie des affiliés

Dans ce cadre, nous avons considéré la génération 1947 en analysant l'indicateur de la durée moyenne de retraite en pourcentage de la durée moyenne de vie. Bien sûr ce type d'indicateur, souvent commenté et au cœur de l'analyse des réformes du système de retraite, dépend du scénario retenu sur la mortalité des individus.

Entre les deux scénarios analysés, la différence se chiffre à plus d'un point de pourcentage avec une durée de retraite qui atteint plus du tiers de la durée moyenne de vie pour les affiliés de la FPE, lorsque nous prenons en considération les quotients de mortalité modélisés selon le modèle relationnel de Hannerz (graphique 10). L'ampleur de l'écart, et même son signe, dépend de la sous-population étudiée. La sous-population des hommes invalides civils enregistre des quotients de mortalité beaucoup plus élevés que la population masculine dans son ensemble. En appliquant les quotients Insee de la population masculine, on surestime de 3,5 points la durée moyenne de retraite rapportée à la durée moyenne de vie pour cette sous-population.

Graphique 10 > La durée moyenne de retraite sensible au scénario retenu sur la mortalité**Durée moyenne de retraite rapportée à la durée moyenne de vie pour la génération 1947**

Source : SRE.

Une première mesure de l'effet en population complète

L'exemple détaillé précédemment montre l'effet, dans le cadre d'un modèle de micro-simulation, du choix retenu pour la simulation des décès. Cet effet peut se voir sur la vision budgétaire annuelle du régime et sur une analyse par génération du cycle de vie des affiliés. Toutefois il a été mesuré sur une population fictive en supposant l'absence d'entrants dans le régime. Une première analyse sur une population « réelle », avec la prise en compte des nouveaux retraités et du passage à l'ayant cause, a été menée par Camille L'Hour et Vincent Bonnefoy du service des retraites de l'État⁹. Ils ont estimé l'effet de cette nouvelle méthode de simulation des décès en regard de la méthode dite des décalages appliquée dans le modèle de prévision à court et moyen termes Paco (encadré 3).

La nouvelle méthode d'estimation des décès conduit globalement à augmenter le stock de retraités de plus de 8 000 pensionnés à horizon 2025. Cette augmentation résulte d'un double phénomène : une variation du nombre de décès et une variation du nombre de pensions de réversion qui entrent en paiement. La variation du nombre de décès n'est pas du même signe selon les sous-populations étudiées. La nouvelle méthode de simulation des décès entraîne par exemple plus – par rapport au scénario précédent appliqué dans Paco – de décès d'invalides, ainsi que pour les fonctionnaires de La Poste et d'Orange. En termes budgétaires, l'impact du changement d'estimation de méthode est faible en début de période mais s'accroît avec les années. Il passe ainsi de 3,8 millions d'euros en 2015 à 195 millions d'euros en 2025.

9. Note interne du Service des retraites de l'État.

Conclusion : limites et perspectives ouvertes par cette nouvelle méthode de simulation des décès

La méthode présentée ici prendra toute son ampleur lorsqu'elle sera complètement intégrée au modèle Pablo dès l'année 2016. Ce modèle complet de microsimulation permettra ainsi d'analyser sur le long terme la législation actuelle et d'effectuer des mesures d'impact de variantes législatives en termes de retraite¹⁰. Ce modèle Pablo permettra également de calculer les engagements de l'État en termes de retraite, publiés dans l'annexe du compte général de l'État. Ces calculs et analyses reposeront sur une méthode de simulation des décès plus en phase avec la mortalité constatée dans le régime de la FPE. Bien que plus pertinente que l'application directe des quotients de mortalité de l'Insee à horizon 2060, cette méthode devra être testée et revue régulièrement, notamment pour voir si les modèles relationnels mis en évidence ne se déforment pas au fil du temps. En effet, l'hypothèse centrale qui consiste à supposer la stabilité, par sous-population, du modèle relationnel est critiquable. Faute d'une profondeur des données actuellement suffisante, il n'est pas complètement possible de tester cette stabilité sur des données passées. L'enregistrement des décès futurs dans les sources utilisées ici (base des pensions et compte individuel retraite) permettra d'établir un diagnostic pertinent sur cette hypothèse de stabilité. Ce n'est donc que lorsque les relations mises en évidence apparaîtront stables sur longue période que la méthode pourra être jugée complètement robuste. De manière plus générale, il pourrait être opportun de tester la robustesse des résultats obtenus via le modèle Pablo, notamment en termes d'effets projetés de mesures législatives de politique de retraite, relativement aux hypothèses prises en compte sur les quotients de mortalité. Enfin, une révision des tables projetées de mortalité de l'Insee à horizon 2060, notamment aux grands âges, imposera une nouvelle estimation des modèles mis en évidence. Bien que la méthode développée ici mérite d'être testée davantage, elle constitue un indéniable progrès pour mieux appréhender la mortalité actuelle et à venir dans le régime de la fonction publique d'État.

Bibliographie

Albert C., Berteau-Rapin C., Di Porto A., 2009, « Prisme : le modèle de microsimulation dynamique de la Cnav, régime français de pension de retraite ».

Andrieux V., Chantel C., 2013, « Espérance de vie, durée passée à la retraite », Drees, *Dossiers solidarité et santé*, n° 40, juin.

Aubert P., Andrieux V., 2010, « La mortalité différentielle des retraités. Estimation à partir de l'échantillon interrégimes de retraités et applications », Drees, Document de travail, n° 100, juillet.

Bachelet M., Leduc A., Marino A., 2014, « Les biographies du modèle Destinie II : rebasage et projection », Insee, Document de travail, n° G 2014/01.

10. Le vaste sujet sur le bien-fondé et les limites des modèles de micro-simulation dynamique pour bien évaluer les dépenses de retraite ne sera pas abordé ici. Des références sur ce sujet peuvent notamment être trouvés dans « A methodological survey of dynamic microsimulation models » (Li et O'Donoghue, 2012) ou encore dans « Microsimulation dynamique : principes généraux et exemples en langage R ». (Blanchet, 2014).

Béhar J., 2005, « L'ajustement des tables de mortalité des régimes de retraite. Application à la population de la CNRACL », Caisse des dépôts, *Questions retraite*, n° 67.

Blanchet D., 2014, « La microsimulation dynamique : principes généraux et exemples en langage R », Insee, Documents de travail « Méthodologie statistique », M2014/01.

Blanchet D., Buffeteau S., Crenner E., Le Minez S., 2011, « Le modèle de microsimulation Destinie 2 : principales caractéristiques et premiers résultats », Insee, *Économie et statistique*, n° 441-442.

Blanpain N., Chardon O., 2010a, « Projections de population 2007-2060 pour la France métropolitaine : méthode et principaux résultats », Insee, Document de travail, n° F1008 de l'Insee.

Blanpain N., Chardon O., 2010b, « Projections de population 2007-2060 : amélioration de la mesure des quotients de mortalité au-delà de 90 ans et projections du nombre de centenaires », Insee, Document de travail, n° F1009.

Cohen R.A., 1999, « An introduction to Proc Loess for local regression », SAS Institute Inc, Paper n° 273.

COR, 2014a, « Analyse de quelques disparités d'espérance de vie », Groupe de travail du 19 mars.

COR, 2014b, « Note de présentation générale sur espérance de vie, santé et durée de retraites », Groupe de travail du 19 mars.

Delwarde A., Denuit M., 2006, « Construction de tables de mortalité périodiques et prospectives », Édition Economica (coll. Assurance Audit Actuariat), 428 p.

Delwarde A., Olie L., Denuit M., 2004, « Modèles linéaires et additifs généralisés, maximum de vraisemblance local et méthodes relationnelles en assurance sur la vie », *Bulletin français d'actuariat*, vol. 6, n° 12, p. 77-102.

Direction du Budget, 2004, « Présentation de l'outil de projection du régime de retraite de la fonction publique d'État (modèle Ariane) », Document pour le Conseil d'orientation des retraites, séance plénière du 16 février 2005.

Duée M., 2005, « La modélisation des comportements démographiques dans le modèle de microsimulation Destinie », Insee, Document de travail, n° G2005/15.

Goujon S., 2012, « L'actualisation des projections démographiques de l'Insee : effets sur les prévisions du régime général », Cnav, *Cadr'@ge*, n° 21.

Hannerz H., 2001, « An extension of relational methods in mortality estimation », *Demographic Research*, vol. 4, article 10, p. 337-368.

Jusot F., 2004, « Mortalité et inégalités de revenu en France : une analyse multi-niveaux », communication pour le XXV^e congrès international de la population, Septembre.

Li J., O'Donoghue C., 2013, « A survey of dynamic microsimulation models: uses, model structure and methodology », *International journal of microsimulation*, vol. 6, n° 2, p. 3-55.

Robert-Bobée I., Monteil C., Cadot O., 2007, « La mortalité aux grands âges en France : nouvelles données, nouveaux résultats », Insee, Document de travail n° F0701.

Robert-Bobée I., Monteil C., 2005, « Les différences sociales de mortalité : en augmentation chez les hommes, stables chez les femmes », *Insee Première*, Juin.

Viville M.-B., 2007, « Comparaison de méthodes d'ajustement de la mortalité des rentiers dans un but prospectif », Mémoire d'actuariat.



Annexe

Résultats de la modélisation pour la population des hommes sédentaires de catégorie A

Entre 18 ans et la borne d'âge supérieure retenue, le modèle de Hannerz consiste à ajuster une relation du type :

$$\text{logit}(qm) - \text{logit}(qI) = \theta_0 + \theta_1 a + \theta_2 a^{-1} + \theta_3 a^2 + \theta_4 a^{-2} + \theta_5 \ln(a) + \theta_6 \exp(a) + \varepsilon$$

Dans l'exemple détaillé ici qm représente le quotient de mortalité des hommes sédentaires de catégorie A, qI étant le quotient de mortalité Insee de la population masculine dans son ensemble. Le tableau A mentionne les variables retenues, la valeur estimée de chaque variable et l'écart type associé. Chaque variable est significative au seuil de 1 %.

Tableau A		
Variable	Valeur estimée du paramètre	Écart type
Constante	299,36 (θ_0)	18,07
Âge (a)	2,83 (θ_1)	0,19
Âge au carré (a ²)	0,01 (θ_3)	0,00
Inverse de l'âge au carré (a ⁻²)	-14 602,00 (θ_4)	861,96
Logarithme de l'âge (ln(a))	-105,7 (θ_5)	6,48

Aux grands âges, le modèle relationnel de Hannerz ne nous garantit pas la croissance de la mortalité. Pour pallier cela, nous avons ajusté, à l'instar de l'Insee, un modèle linéaire entre 85 ans et la borne d'âges du modèle de Hannerz, 100 ans pour les sédentaires de catégorie A selon la formule suivante : $\text{logit}(qm_H) = \alpha_0 + \alpha_1 a$. Le $\text{logit}(qm_H)$ représente le logit des quotients estimés (croissants avec l'âge) avec le modèle de Hannerz, α_0 , la constante du modèle et α_1 , le coefficient associé à l'âge. Cette relation est prolongée jusqu'à 120 ans. Le tableau B donne le résultat obtenu pour la sous-population des hommes sédentaires de catégorie A. La constante et la variable âge sont significatives au seuil de 1 %.

Tableau B		
Variable	Valeur estimée du paramètre	Écart type
Constante	-9,43 (α_0)	0,49
Âge (a)	0,09 (α_1)	0,01